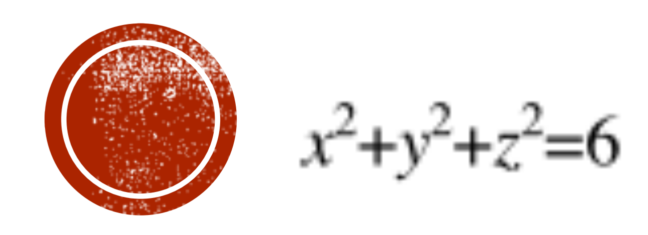
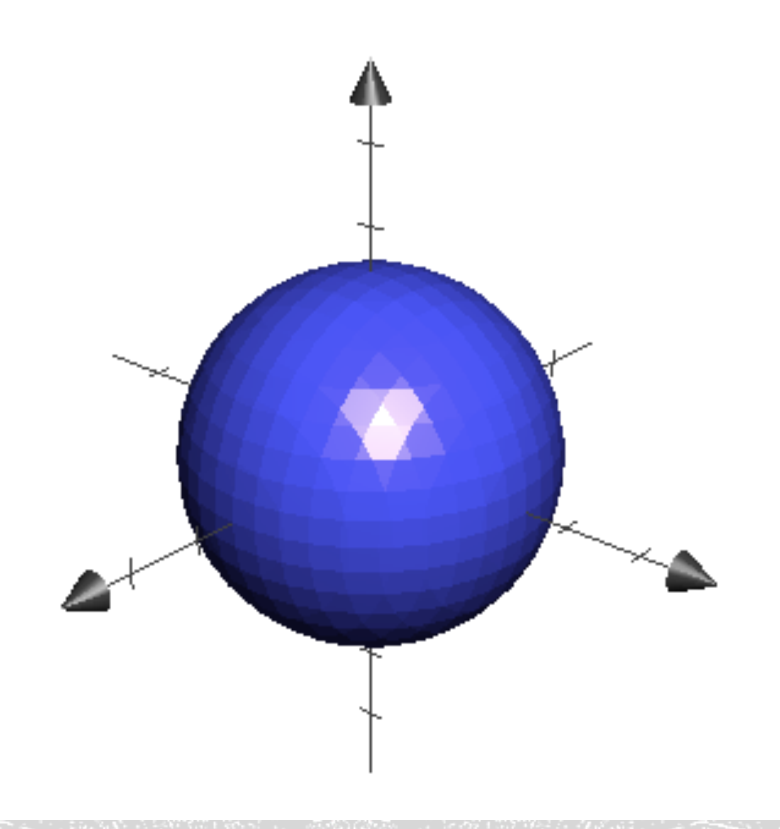
11.6 SUPERFICIES EN EL ESPACIO



Diana C. Giraldo

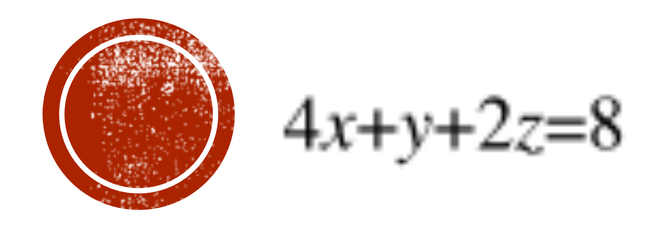
LA ESFERA

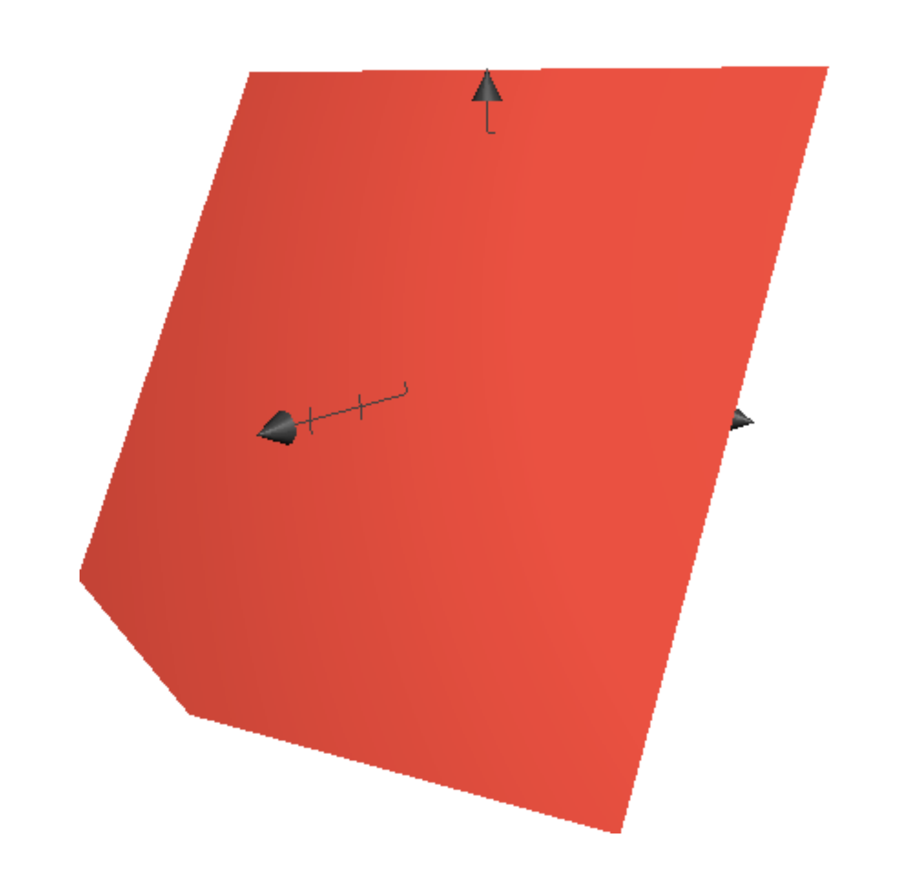




- Ecuación canónica
- EJ: Hallar la ecuación canónica de la esfera que tiene los puntos (5,-2, 3) y (0,4,-3) como extremos de un diámetro.
- Dar la ecuación canónica de la esfera $4x^2 + 4y^2 + 4z^2 - 24x - 4y + 8z - 23 = 0$

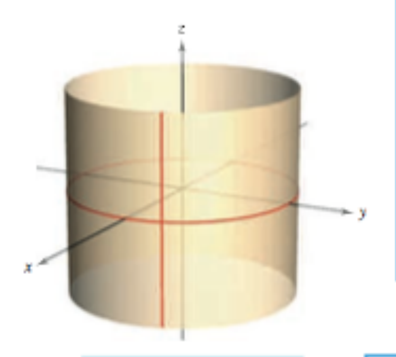
EL PLANO





- Ecuación canónica
- EJ: Hallar la ecuación del plano que contiene los puntos (2,1,1), (0,4,1) y (-2,1,4).
  EJ: Dibujar el plano $z = 2$

SUPERFICIES CILÍNDRICAS



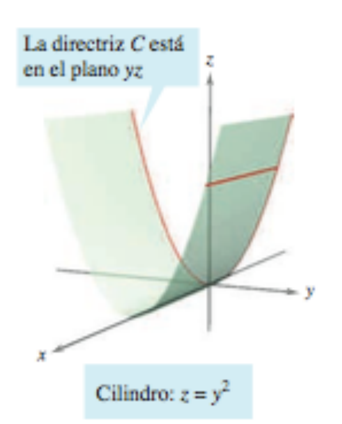
Cilindro circular recto:
$x^2 + y^2 = a^2$

DEFINICIÓN DE UN CILINDRO

Sea C una curva en un plano y sea L una recta no paralela a ese plano. Al conjunto de todas las rectas paralelas a L que cortan a C se le llama un **cilindro**. A C se le llama la **curva generadora** (o la **directriz**) del cilindro y a las rectas paralelas se les llama **rectas generatrices**.

ECUACIÓN DE UN CILINDRO

La ecuación de un cilindro cuyas rectas generatrices son paralelas a uno de los ejes coordenados contiene sólo las variables correspondientes a los otros dos ejes.

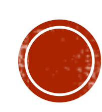


Cilindro: $z = y^2$

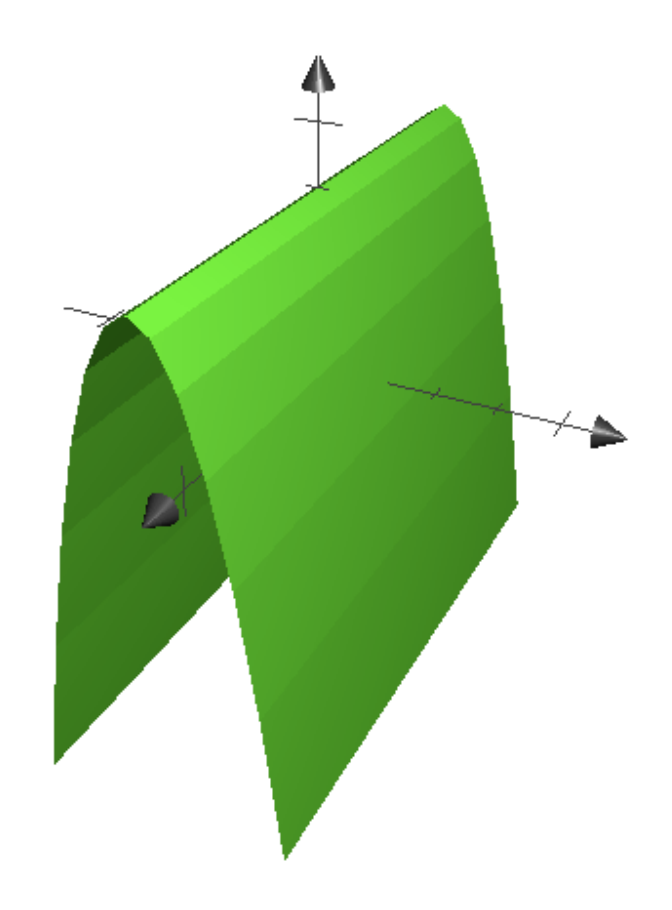
Tomado del Libro Cálculo de Larson 9na ed.

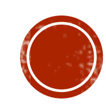
EJEMPLOS

$$x^2+z^2=4$$

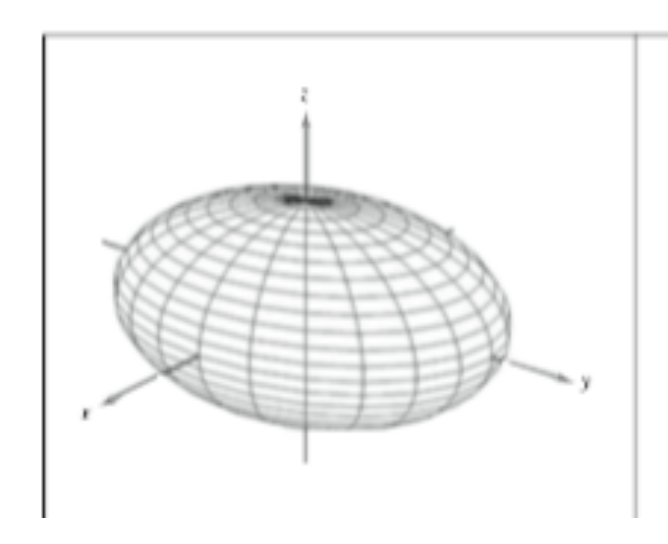


$y^2+z=6$





EL ELIPSOIDE

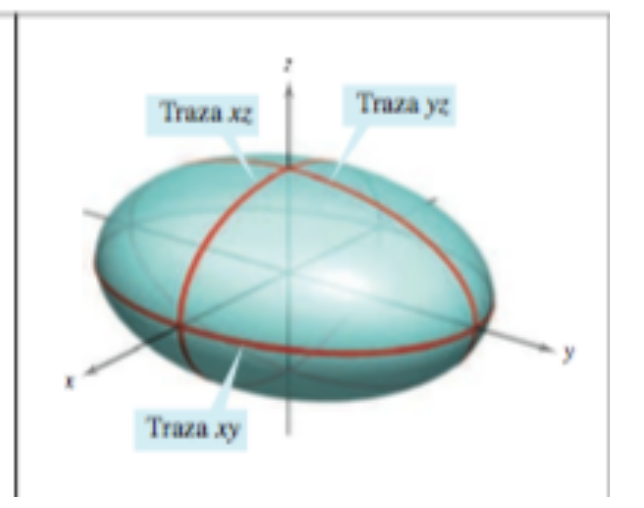


Elipsoide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

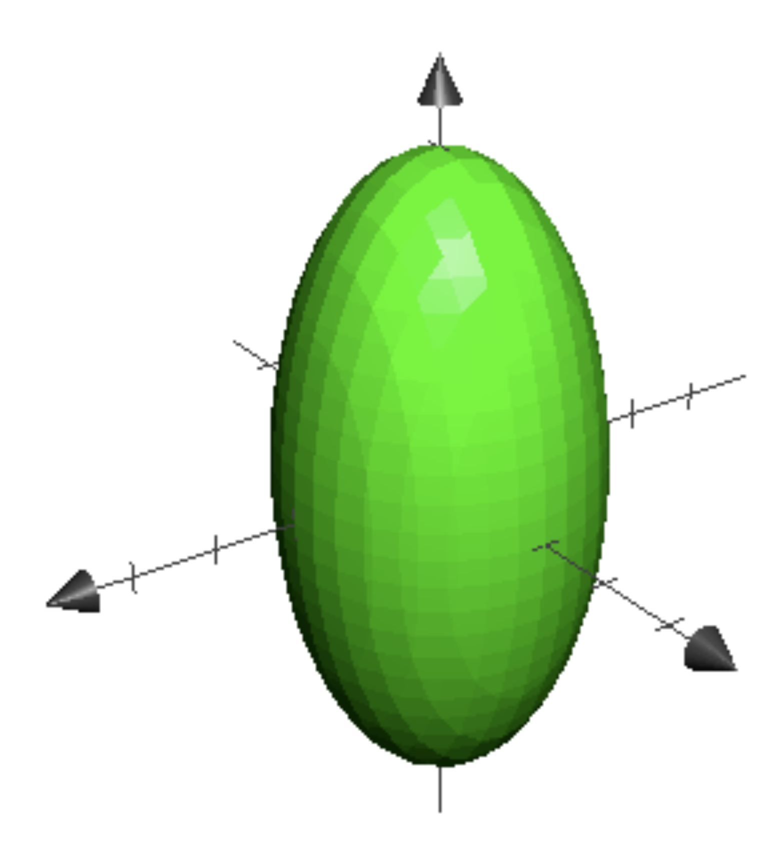
Traza	*Plano*
Elipse	Paralelo al plano *xy*
Elipse	Paralelo al plano *xz*
Elipse	Paralelo al plano *yz*

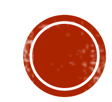
La superficie es una esfera si $a = b = c \neq 0$.



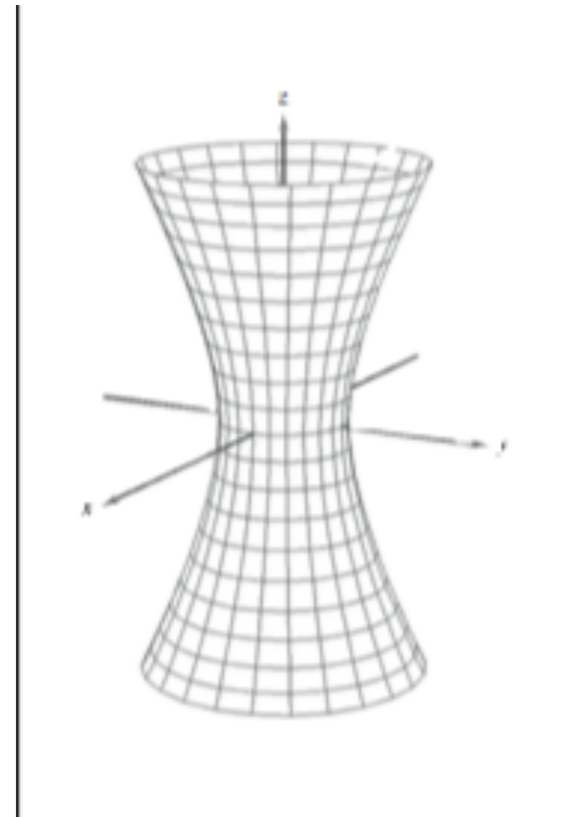
Tomado del Libro Cálculo de Larson 9na ed.

$$x^2+y^2+\frac{z^2}{4}=1$$





HIPERBOLOIDE DE UNA HOJA

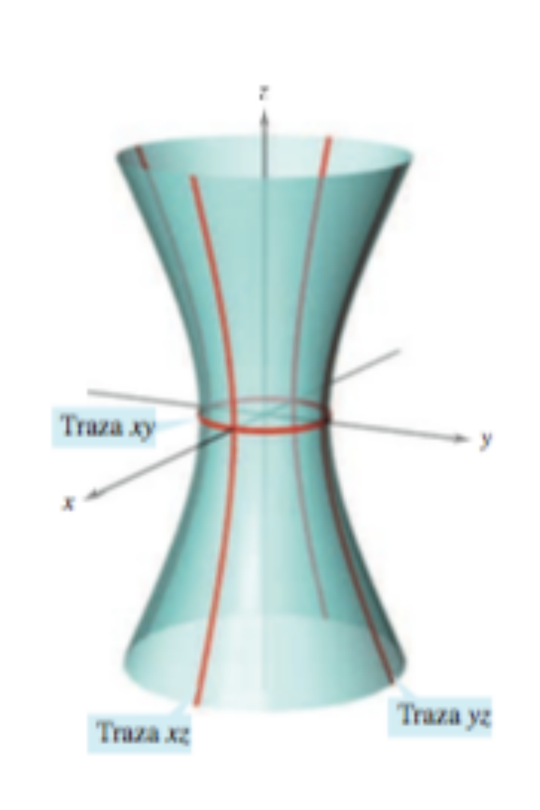


Hiperboloide de una hoja

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

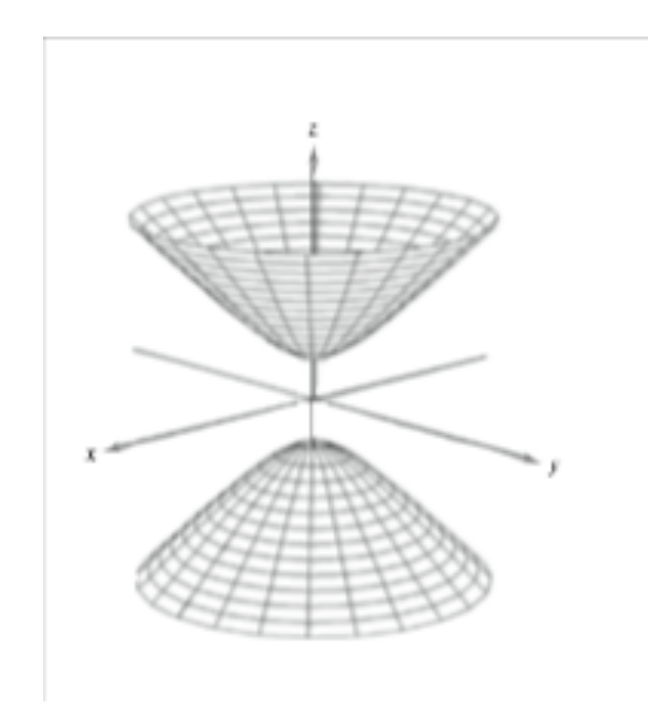
Traza	*Plano*
Elipse	Paralelo al plano xy
Hipérbola	Paralelo al plano xz
Hipérbola	Paralelo al plano yz

El eje del hiperboloide corresponde a la variable cuyo coeficiente es negativo.



Tomado del Libro Cálculo de Larson 9na ed.

HIPERBOLOIDE DE DOS HOJAS

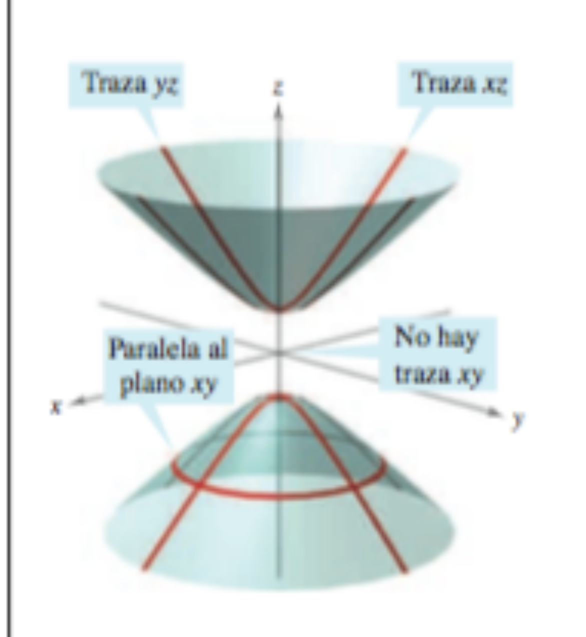


Hiperboloide de dos hojas

$$\frac{z^2}{c^2} - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

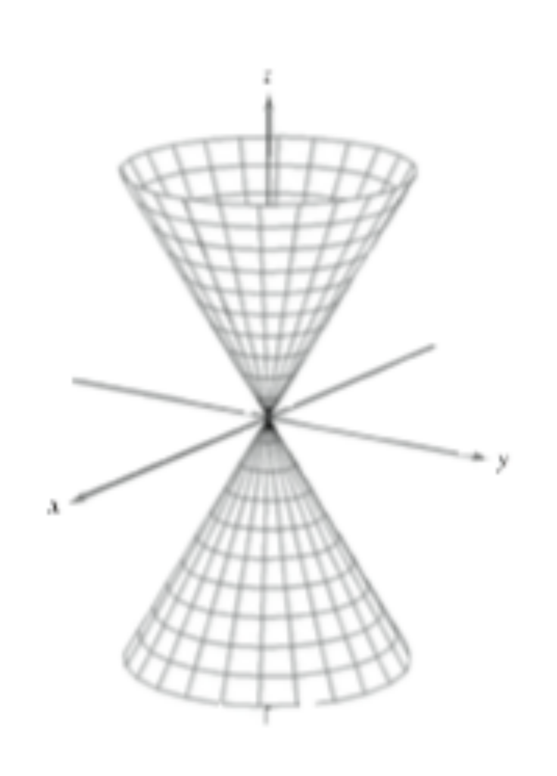
Traza	*Plano*
Elipse	Paralelo al plano xy
Hipérbola	Paralelo al plano xz
Hipérbola	Paralelo al plano yz

El eje del hiperboloide corresponde a la variable cuyo coeficiente es positivo. No hay traza en el plano coordenado perpendicular a este eje.



Tomado del Libro Cálculo de Larson 9na ed.

CONO ELÍPTICO

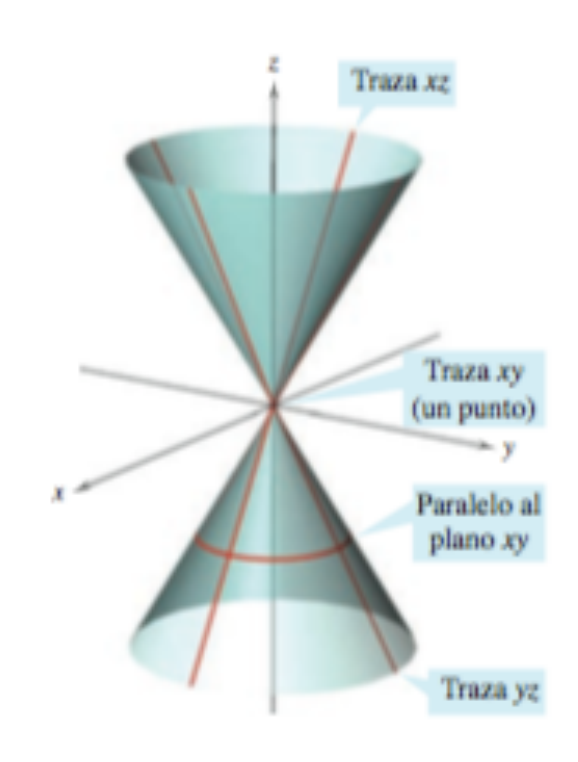


Cono elíptico

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

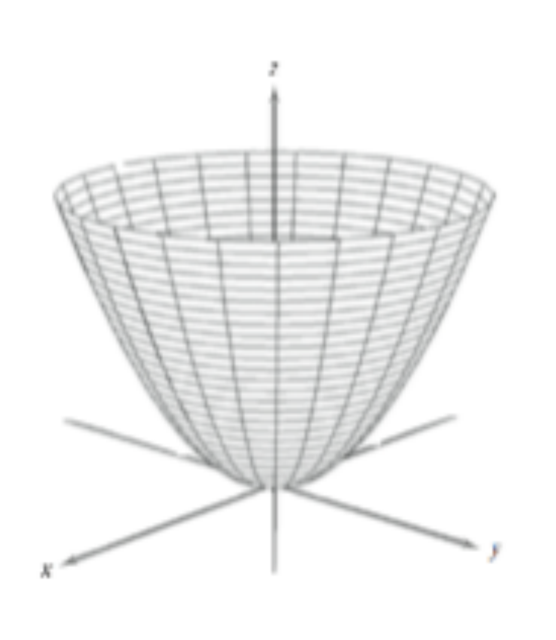
Traza	*Plano*
Elipse	Paralelo al plano xy
Hipérbola	Paralelo al plano xz
Hipérbola	Paralelo al plano yz

El eje del cono corresponde a la variable cuyo coeficiente es negativo. Las trazas en los planos coordenados paralelos a este eje son rectas que se cortan.



Tomado del Libro Cálculo de Larson 9na ed.

PARABOLOIDE ELÍPTICO

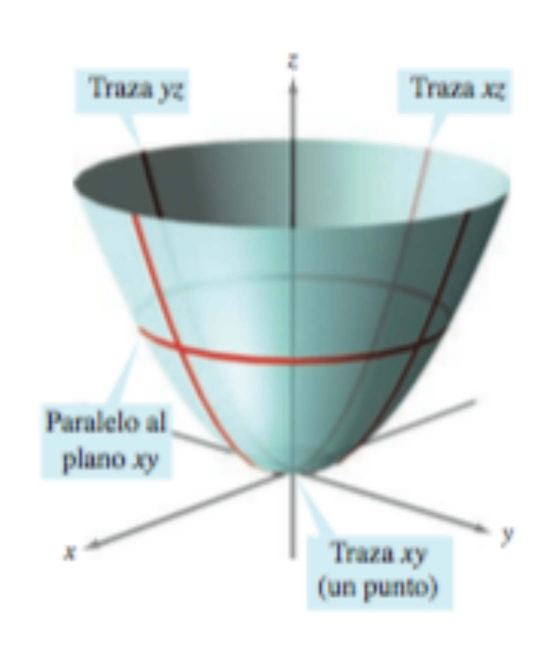


Paraboloide elíptico

$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

Traza	*Plano*
Elipse	Paralelo al plano xy
Parábola	Paralelo al plano xz
Parábola	Paralelo al plano yz

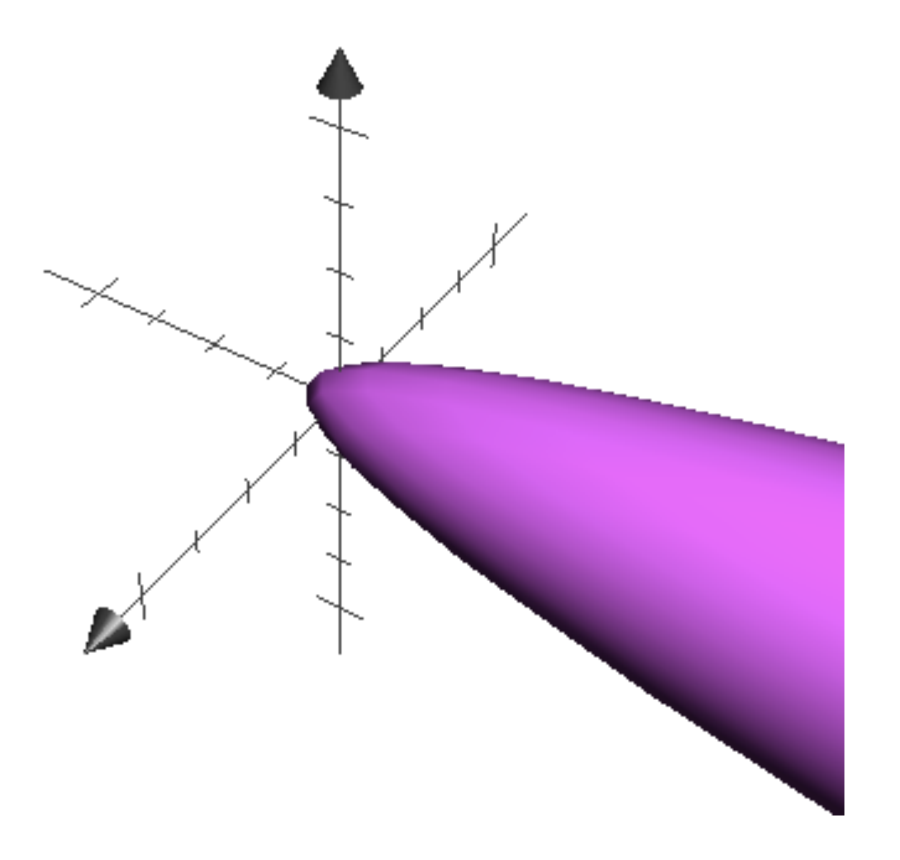
El eje del paraboloide corresponde a la variable elevada a la primera potencia.

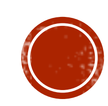


Tomado del Libro Cálculo de Larson 9na ed.

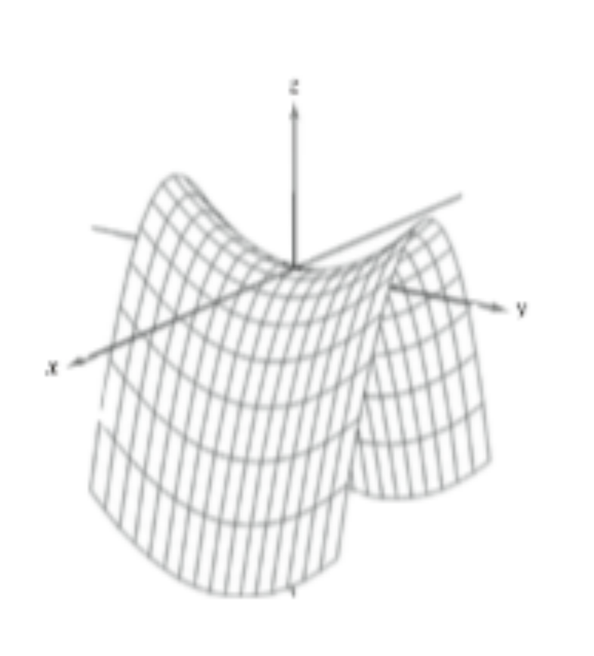
EJEMPLO:

$$y = x^2 + z^2 - 1$$





PARABOLOIDE HIPERBÓLICA

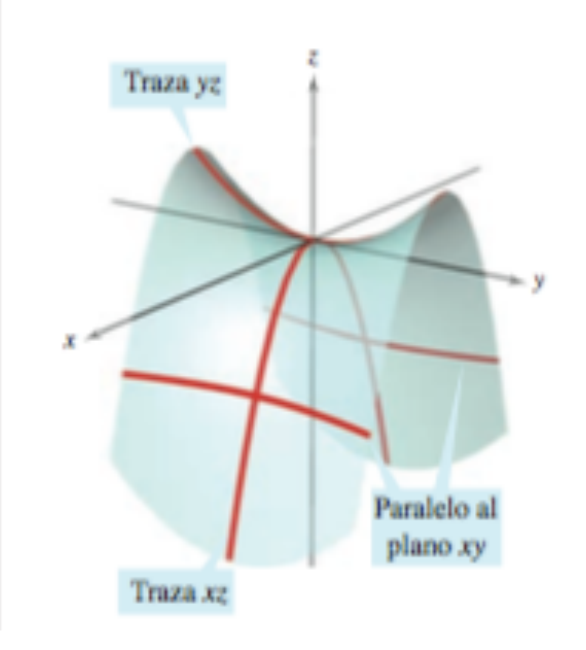


Paraboloide hiperbólica

$$z = \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2}$$

Traza	*Plano*
Hipérbola	Paralelo al plano xy
Parábola	Paralelo al plano xz
Parábola	Paralelo al plano yz

El eje del paraboloide corresponde a la variable elevada a la primera potencia.



Tomado del Libro Cálculo de Larson 9na ed.

EJERCICIOS PARA LA CASA

Clasificar y dibujar la superficie dada por:

- $x^2 + 2y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z + 3 = 0$
- $z = x^2 + 4y^2$
- $x^2 = 2y^2 + 2z^2$